

文章编号: 1000-8055(2009)06-1407-06

固体火箭发动机绝热层温度场的有限元计算方法

张 涛, 孙 冰

(北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191)

摘 要: 利用有限元法计算了固体火箭发动机绝热层在移动边界条件下的二维温度场。采用碳化层-热解面-原始材料的二维碳化烧蚀模型;推导了将热解气体对流项作为源项的有限元计算方法;采用当量对流换热系数和当量热流的方法处理复杂边界条件。采用无限插值法获得移动边界条件下的三角形网格,提高了网格生成速度和网格质量。计算结果表明,利用有限元法计算固体火箭发动机绝热层的温度场收敛性和稳定性都较好。

关 键 词: 温度场; 固体火箭发动机; 绝热层; 烧蚀; 有限元

中图分类号: V435⁺.14

文献标识码: A

Numerical computation of solid rocket motor insulation layer temperature by finite element method

ZHANG Tao, SUN Bing

(School of Astronautics,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: The two-dimensional temperature of insulation layer of solid rocket motor with moving boundary condition was computed. Charred layer-pyrolysis surface-original material model was applied and temperature computation formulas were calculated by taking convection heat transfer between pyrolysis gas and charred layer as heat source. The complicated boundary conditions were transformed into equivalent convection heat transfer and equivalent heat flux. Triangle grid was produced by transfinite interpolation to quicken grid generation and improve the quality of grid. The calculation results show that the astringency and stability of finite element method is good in calculating the temperature of insulation layer of solid rocket motor.

Key words: temperature; solid rocket motor; insulation layer; ablation; finite element method

随着高能固体推进剂的使用,火箭发动机绝热层的工作环境变得越来越复杂。高温燃气以对流和辐射换热形式影响绝热层内部的温度分布;同时,燃气中的凝相颗粒对绝热层的冲刷也影响绝热层的传热和发动机的工作特性。绝热层的烧

蚀和颗粒冲刷与瞬态温度场有着不可分割的联系;考察移动边界条件下绝热层温度场的变化规律已经成为设计和研制火箭发动机必须解决的课题^[1]。发动机绝热层具有不规则的表面几何形状,烧蚀边界随着时间而变化;材料内部存在激烈的

收稿日期:2008-06-24; 修订日期:2008-11-19

作者简介:张涛(1982-),男,四川眉山人,博士生,主要从事目标特性研究。E-mail:zt32153225@sina.com

热解反应;这种热解反应不仅影响表面烧蚀速度,而且影响材料内部的温度分布;热解面的形状和位置在材料内部不断变化;烧蚀面边界条件也很复杂,包括绝热层表面与燃气之间的对流和辐射换热,化学烧蚀放热,气体通过边界带走的焓,燃气中的颗粒侵蚀时引起的表面热流变化等。以上因素使火箭发动机绝热层内部温度场的计算很复杂。目前,大部分文献采用有限差分法和有限体积法分析和计算绝热层内部温度场^[2-7],利用有限元法分析和计算移动边界条件下绝热层内部二维温度场的报道较少。

本文利用有限元法分析和计算固体火箭发动机绝热层烧蚀的二维温度场,为绝热层烧蚀计算和绝热层的设计提供了基础。

1 绝热层传热分析

1.1 基本简化和假设

影响固体火箭发动机绝热层温度场因素很多很复杂,在分析和计算时作如下简化和假设^[2-3]:

①烧蚀过程中绝热层分为碳化层-热解面-原始材料三层结构;②热解气体与碳化层之间的反应仅发生在碳化层表面;③绝热材料内部的热解反应发生在热解面上,热解面保持定温;④热解气体流过碳化层时,热解气体与碳化层换热充分,二者无温差;⑤碳化层表面化学反应热全部进入碳化层内部。

1.2 绝热层内部热响应的数学模型

固体火箭发动机绝热层温度场为轴对称分布,图1为绝热层边界示意图。根据烧蚀过程中形成碳化层-热解面-原始材料结构,其二维导热控制方程如下^[3-6]:

碳化层的传热控制方程

$$\rho_{c1} \frac{\partial T}{\partial t} = k_1 \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right] + \left[\dot{m}_g r c_{pg} \frac{\partial T}{\partial r} + \dot{m}_{gx} c_{pg} \frac{\partial T}{\partial x} \right] \quad (1)$$

原始材料层

$$\rho_2 c_{p2} \frac{\partial T}{\partial t} = k_2 \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right] \quad (2)$$

碳化层外边界 Γ 边界条件

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} = q_N \quad (3)$$

热解面 Γ 边界条件

$$\left. \begin{aligned} T &= T_p \\ -k_1 \frac{\partial T}{\partial n_1} &= -k_2 \frac{\partial T}{\partial n_2} + \dot{m}_g h_g \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Γ , Γ , Γ 为绝热边界条件,如图1所示。 n 为 Γ 外法线方向上的单位矢量; n_1 , n_2 分别为 Γ 的法线指向原始材料和碳化层的单位矢量。

式(1)至(4)中, ρ , c_p , k , h , 分别表示密度、比定压热容、导热系数和热解潜热; $\dot{m}_g$ 为热解气体的质量流量。下标1表示碳化层;2表示原始材料层; g 表示热解气体。

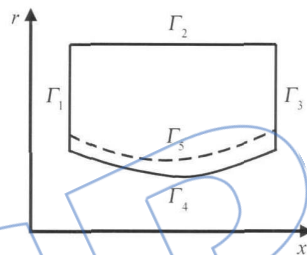


图1 绝热层边界示意图

Fig. 1 Insulation layer boundary sketch

1.3 烧蚀表面能量守恒

从烧蚀边界 Γ 传入碳化层内部的热流 q_N 包括^[8]:绝热层表面与燃气之间的对流和辐射换热;表面烧蚀化学放热;气体通过边界带走的焓;燃气中的颗粒侵蚀引起的表面热流变化。

$$q_N = (q_{rad})_{net} + q_c + \dot{m}_g h_p + q_{mp} + q_e - (\rho v)_w h_w - q_e \quad (5)$$

式(5)中 $(q_{rad})_{net}$ 为燃气与烧蚀表面之间的净辐射热流; q_c 为燃气与碳化层表面的对流换热; $(\rho v)_w h_w$ 为气体喷射总体运动带走的焓; $\dot{m}_g h_p$ 为热解气体的焓; q_{mp} 为颗粒撞击时的热增量; q_e 为碳化层剥蚀带走的热量; q_e 为碳化层烧蚀化学反应的放热。

2 绝热层温度场有限元计算

2.1 网格生成

本文采用三角形网格计算绝热层温度场。网格生成需要处理移动边界问题,其中包括两部分:①碳化层表面烧蚀边界 Γ ;②热解面 Γ 向材料内部推进。由于绝热层沿轴向温差较大,因此其碳化层表面烧蚀率相差较大。这样绝热层表面型面会很 irregular,烧蚀型面 Γ 随时间不断变化,每个时间步都需重新划分网格,如果网格生成效率较

低,当计算的时间步长较小时,网格划分将占用很长的计算时间.由于无限插值法网格生成速度非常快^[9],本文采用该方法生成四边形网格.然而无限插值法生成的四边形网格质量不高,因此本文将每个四边形单元划分为两个三角形单元.将四边形网格继续划分为三角形网格可以将不规则的四边形单元转换为两个规则的三角形单元,减少产生不规则网格的可能,提高网格质量;同时,三角形网格还可以提高网格的灵活性和适应性.

如图1所示,无限插值法的网格划分区域为一个曲边四边形.若计算域边界 Γ , Γ , Γ 为不规则边界,可采用区域网格划分法^[9],先将不规则区域进行网格离散,再利用无限插值法离散包含烧蚀边界的规则曲边四边形.

若不考虑粒子侵蚀,烧蚀是沿着边界 Γ 法线方向向里推进的;若考虑粒子侵蚀,烧蚀表面的推进规律还与粒子的状态参数有关.本文的计算没有考虑粒子侵蚀.划分网格后,烧蚀表面由一系列线段连接而成,边界 Γ 法线方向无法通过导数计算,因此本文采用以下方法确定.

如图2所示, A, O, B 为烧蚀边界上的三个相邻的计算节点. O 点向碳化层内部推进的方向为 AOB 夹角的角平分线方向.设节点 O 下一个时刻推进到 C 点,则有

$$r_C = \lambda \left(\frac{r_A}{|r_A|} + \frac{r_B}{|r_B|} \right) \quad (6)$$

其中 r_A, r_B, r_C 分别表示 O 点到 A, B, C 点的向量.若公式(6)中 $r_C = 0$ 表明 O, A, B 三点共线,点 C 由式(7)确定.

$$r_A \cdot r_C = 0 \quad (7)$$

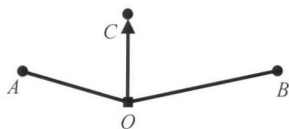


图2 烧蚀边界推进示意图

Fig.2 Ablation boundary moving sketch

计算表明,直接利用以上边界节点生成的网格的质量不高.本文利用式(6)和式(7)得到的烧蚀边界节点进行二次插值以提高网格质量.

设利用上述方法得到烧蚀边界上的计算节点为 $(x_1, r_1), (x_2, r_2), (x_3, r_3), \dots, (x_n, r_n)$,二次插值为 $(x_{1t}, r_{1t}), (x_{2t}, r_{2t}), (x_{3t}, r_{3t}), \dots, (x_{nt}, r_{nt})$.其中 $(x_{1t}, x_{2t}, x_{3t}, \dots, x_{nt})$ 根据温度场分布进行布置, $(r_{1t}, r_{2t}, r_{3t}, \dots, r_{nt})$ 利用如下公式线性插值

获得

$$r_{it} = \frac{x_{i+1} r_i - x_i r_{i+1} + x_{it} (r_{i+1} - r_i)}{x_{i+1} - x_i} \quad (1 < i < n) \quad (8)$$

2.2 边界条件处理

温度场边界条件通常为第一类、第二类、第三类边界条件.利用有限元法计算温度场时,需要将各种复杂的边界条件转化为上述三类边界条件.

q_N 各项热流中均包含有未知壁温 T_w ,除辐射热流外,其余各项热流与壁温 T_w 可视为线性关系.当某项热流 q_m 与 T_w 成线性关系时,将其转化为标准的第二和第三类边界条件的组合形式.

$$q_m = \alpha_{\text{neff}} (T_{\text{meff}} - T_w) + q_{\text{meff}} \quad (9)$$

式中 α_{neff} 为当量对流换热系数; T_{meff} 为当量流体温度; q_{meff} 为当量热流.

辐射热流 $(q_{\text{rad}})_{\text{net}}$ 中包含碳化层表面温度 T_w 的四次方,本文采用以下方法进行线性化处理.

$$T_w^4 \cong 4 T_r^3 T_w - 3 T_r^4 \quad (10)$$

其中 $T_r = \frac{1}{K} \sum_{i \in \Delta C} T_i$, ΔC 表示边界单元, K 表示单元边界上的节点数.辐射热流经过线性化后即可用公式(9)处理.

各项热流转化为标准的第二和第三类边界条件进行线性叠加后,即可利用标准的有限元边界处理方法构成温度场的线性方程组进行求解.相对于直接将各项热流作为源项加入载荷矩阵中进行迭代求解,本文方法可以提高方程求解的效率.

2.3 有限元分析与计算

对方程(1)取泛函

$$I[(T(x, r, t))] = \int \int \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 \right] dx dr - \int \int m_{gr} C_{pg} \frac{\partial T}{\partial r} + m_{gx} C_{pg} \frac{\partial T}{\partial x} r T dx dr + \int \int \beta_1 c_{p1} \frac{\partial T}{\partial t} r T dx dr + \int_N r T ds \quad (11)$$

将求解域离散为有限个单元后,泛函 I 变成各单元内的积分

$$I = \sum I^e \quad (12)$$

设单元 e 的节点温度为

$$T^e = [T_i, T_j, T_m, \dots]^T \quad (13)$$

其中 I^e 表示单元 e 内的积分值.在单元 e 内 I^e 对节点温度 T_i 求微商

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T_i} = \iint_{\Omega} \left[\frac{\partial T}{\partial r} \frac{\partial}{\partial T_i} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial}{\partial T_i} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) \right] \cdot dxd r - \iint_{\Omega} \left[\dot{m}_{gr} C_{pg} \frac{\partial T}{\partial r} + \dot{m}_{gx} C_{pg} \frac{\partial T}{\partial x} \right] r \frac{\partial T}{\partial T_i} dxd r + \iint_{\Omega} \left[\rho_{cp} r \frac{\partial T}{\partial t} \right] \frac{\partial T}{\partial T_i} dxd r + \oint_{\Gamma} r \frac{\partial T}{\partial T_i} ds \quad (14)$$

由泛函极值条件得

$$\sum \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T_i} = 0 \quad (15)$$

单元 e 内任意一点的温度用型函数插值如下:

$$T = [N_i, N_j, N_m, \dots] \begin{Bmatrix} T_i \\ T_j \\ T_m \\ \dots \end{Bmatrix} = NT^e \quad (16)$$

由于方程(1)中热解气体与碳化层之间的对流换热相对于碳化层导热较小,本文将方程(1)中热解气体对流项作为源项,加入载荷矩阵中进行处理. 设

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T_i} = \sum k_{ij}^e T_j + \sum r_{ij}^e T_j + \sum c_{ij}^e T_j - q_i^e - g_i^e \quad (17)$$

其中

$$k_{ij}^e = \iint_{\Omega} r \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial N_j}{\partial r} \right) dxd r \quad (18)$$

$$r_{ij}^e = \iint_{\Omega} \sum \alpha_{\text{neff}} r N_i N_j dxd r \quad (19)$$

$$c_{ij}^e = \iint_{\Omega} \rho_{cp} r N_i N_j dxd r \quad (20)$$

$$q_i^e = \iint_{\Omega} \left[\dot{m}_{gr} C_{pg} \frac{\partial T}{\partial r} + \dot{m}_{gx} C_{pg} \frac{\partial T}{\partial x} \right] r N_i dxd r \quad (21)$$

$$g_i^e = \iint_{\Omega} \sum (q_{\text{neff}} + \alpha_{\text{neff}} T_{\text{neff}}) r N_i dxd r \quad (22)$$

$$\text{其中 } \dot{T}_i = \frac{\partial T_i}{\partial t}.$$

把式(18)至(22)代入式(15)并整理可得

$$(K + R)T + \dot{C}T = q + g \quad (23)$$

其中 $H = K + R$ 为刚度矩阵; C 为型函数矩阵; $p = q + g$ 为载荷矩阵.

有限元法处理方程(2)只需将热解流量处理为零,其它部分的处理方法与方程(1)相同.

对于非稳态温度场的控制方程,后差全隐格式为无条件稳定^[10]. 本文采用该格式处理 $\frac{\partial T}{\partial t}$ 得到以下方程:

$$\left(H + \frac{C}{\Delta t} \right)_t T_t = p_t + \left(\frac{C}{\Delta t} \right)_t T_{t-\Delta t} \quad (24)$$

其中下标 t 表示求解时刻, $t - \Delta t$ 表示上一个时间步, Δt 表示时间步长.

由于刚度矩阵 H 和载荷向量 p 中含有所求解的温度,因此,每个时间步内方程(24)采用以下迭代法求解.

$$\left(H + \frac{C}{\Delta t} \right)_t^n T_t^{n+1} = p_t^n + \left(\frac{C}{\Delta t} \right)_t^n T_{t-\Delta t} \quad (25)$$

式中上标 n 表示 t 时间步内的第 n 次迭代. 计算结果表明,该迭代方法稳定性和收敛性都很好.

随着烧蚀型面的变化,在每一个时间步计算完成后需要重新划分网格,新网格节点处的温度按照公式(16)插值计算获得.

3 计算结果与分析

为了证明本文方法的正确性和可靠性,采用模压高硅氧酚醛材料进行验证计算,并与实验结果进行比较. 温度的测量点 1, 2, 3 分别在喷管喉部距离内壁面 33.5, 23.5, 13.5 mm 的位置. 计算中 q_N 只考虑发动机燃气与壁面间的对流换热和辐射换热. 同时,碳化层烧蚀率根据文献[11]提供的方法计算获得. 温度场计算的时间步长为 0.1 s. 燃气热力参数如表 1 所示.

表 1 燃气热力学参数

Table 1 Gas thermodynamics parameters

参数	参数值
燃烧室总压 p_c / MPa	8
特征速度 c^* / (m/s)	1600
动力粘性系数 μ 10^5 (Pa·s)	3
燃气总温 T_t / K	3600
燃气比定压热容 c_p / (J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹)	1200
燃气比热比 k	1.17
初温 T_0 / K	300
燃气有效辐射系数 ξ_{eff}	0.2

图 3 为 0, 2, 5, 7, 10 s 时烧蚀边界示意图; 图 4 至图 6 分别为测量点 1, 2, 3 的实验测量温度与数值计算的比较. 图 7 至图 9 分别为 2 次、3 次、4 次迭代的温度场残差, 每次迭代分别采用 0.1, 0.2, 0.4 s 的时间步长.

从图 3 中可以看出, 本文采用的移动边界处理方法可以很好的处理绝热层烧蚀型面随时间的变化. 由于没有考虑粒子侵蚀对烧蚀表面推进规

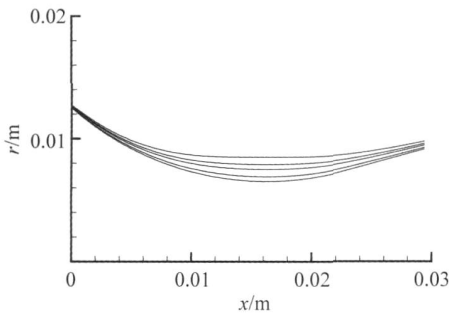


图 3 边界移动示意图
Fig. 3 Boundary moving sketch

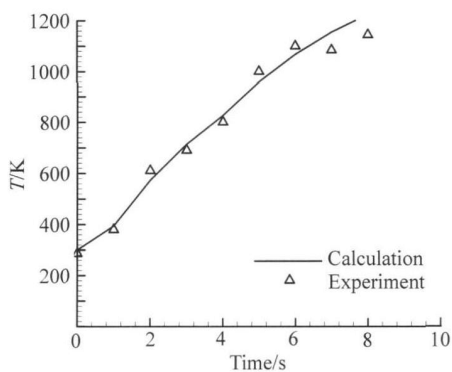


图 6 点 3 温度计算值与实验值的比较
Fig. 6 Temperature of point 3 comparison between calculation and experiment

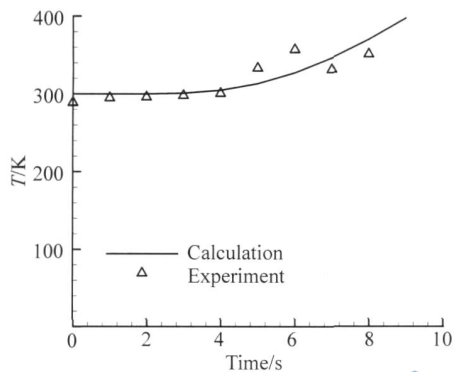


图 4 点 1 温度计算值与实验值的比较
Fig. 4 Temperature of point 1 comparison between calculation and experiment

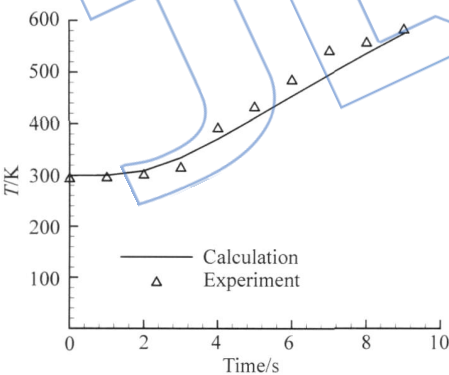


图 5 点 2 温度计算值与实验值的比较
Fig. 5 Temperature of point 2 comparison between calculation and experiment

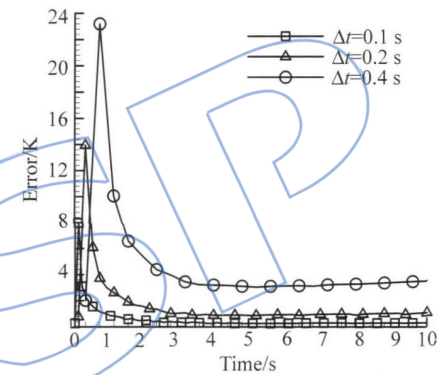


图 7 2 次迭代温度残差
Fig. 7 Temperature error of 2 iterations

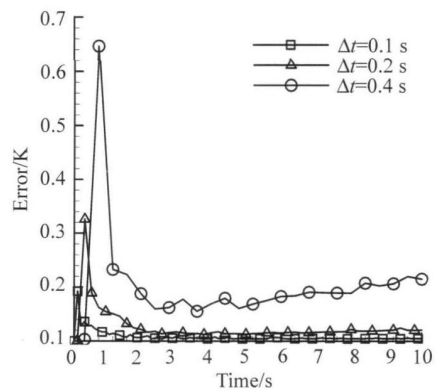


图 8 3 次迭代温度残差
Fig. 8 Temperature error of 3 iterations

律的影响,各节点按照其法线方向向里推进。

从图 4 至图 6 可以看出,采用本文方法计算获得的测量点的温度与实验结果一致,这说明计算方法是可靠的。虽然计算中采用的烧蚀率只考虑了化学烧蚀,但是由于实验中粒子侵蚀不严重,因此计算的温度与实验结果还是很一致。同时,计算中没有考虑化学烧蚀和粒子侵蚀引起表面热流变化,但本文采用的边界处理方法可以将这些热

流转化为第二类 and 第三类边界条件,因此加上这些热流只会改变温度场的分布,不会影响方法的正确性。

从图 7 至图 9 可以看出,本文方法的收敛速度较快。迭代次数从 2 次增加到 4 次,温度场残差减少 3 至 4 个数量级。这是因为在绝热层的传热模型中,热解气体对流项相对于碳化层导热项较

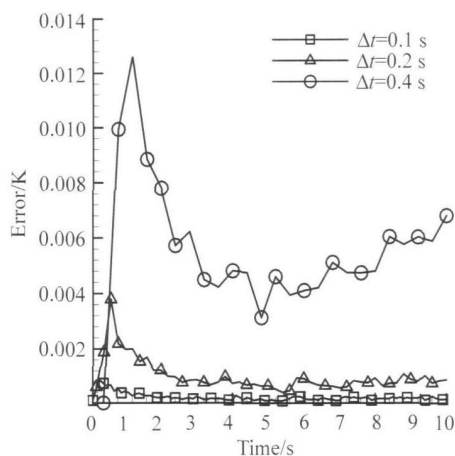


图9 4次迭代温度残差

Fig.9 Temperature error of 4 iterations

小,而且最后形成的有限元刚度矩阵和型函数矩阵均为主对角占优矩阵,因此迭代收敛速度较快.当迭代次数相同时,时间步长越大,收敛速度越慢.这是因为绝热层温度增加很快,当时间步长较大时,一个时间步长内温度增加较多,因此迭代次数也较多.最后需要指出,总的迭代次数还和绝热层材料类型以及烧蚀表面的边界条件有关,但是温度场残差减少速率仍是以数量级递减.

4 总结

本文采用碳化层-热解面-原始材料层的物理模型,利用有限元法计算了固体火箭发动机绝热层在移动边界条件下二维温度场.通过以上分析和计算可以得出如下结论:

1) 采用三角形网格增加了网格的灵活性,提高了网格质量;同时无限插值法大大提高了网格生成速度;

2) 推导了将热解气体对流项作为源项的有限元方法,采用当量对流换热系数和当量热流的方法将复杂边界条件转化为标准的第二和第三类边界条件;

3) 计算结果表明,利用有限元法计算移动边界下绝热层的非稳态温度场的收敛性和稳定性都较好;

4) 相对于有限体积法和有限差分法,有限元方法不需要复杂的网格生成过程,处理复杂结构的灵活性和适应性更强.

在建立模型时作了相应的假设和简化,采用的碳化层-热解面-原始材料层模型还需要进一步完善;同时,没有考虑粒子侵蚀条件下绝热层烧蚀

过程的型面变化规律.这在后面的研究是需要考虑的.

参考文献:

- [1] 王铮,胡永强.固体火箭发动机[M].北京:中国宇航出版社,1991.
WANG Zheng, HU Yongqiang. Solid rocket motor[M]. Beijing: Astronautics Press, 1991. (in Chinese)
- [2] 张志成.高超声速气动热和热防护[M].北京:国防工业出版社,2003.
ZHANG Zhicheng. Supersonic aerodynamic heating and thermal protection[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2003. (in Chinese)
- [3] 周旭,何洪庆.固体火箭复合结构喷管传热的隐式计算方法[J].推进技术,1993,(2):9-14.
ZHOU Xu, HE Hongqing. Implicit scheme on heat conduction in solid rocket compound structure nozzle[J]. Journal of Propulsion Technology, 1993, (2): 9-14. (in Chinese)
- [4] Chen Y K, Milos F S. Two-dimensional implicit thermal response and ablation program for charring materials on hypersonic space vehicles [R]. AIAA 2000-0206.
- [5] Fabignon Y. Ablation rate calculation of thermal insulations in segmented solid propellant rocket motors [R]. AIAA93-1884.
- [6] Bahramian A R. Ablation and thermal degradation behaviour of a composite based on resol type phenolic resin: process modeling and experimental[J]. Polymer, 2006, 47: 3661-3673.
- [7] Jia F, Galea E R. Numerical simulation of the mass loss process in pyrolyzing char materials[J]. Fire and Materials, 1999, 23: 71-78.
- [8] 余晓京,何国强,刘洋.粒冲刷条件下绝热层二维烧蚀计算[J].固体火箭技术,2007,30(4):282-286.
YU Xiaojing, HE Guoqiang, LIU Yang. Two-dimensional ablation calculation of insulation eroded by particles[J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2007, 30(4): 282-286. (in Chinese)
- [9] 陶文铨.数值传热学[M].西安:西安交通大学出版社,2001.
TAO Wenquan. Numerical heat transfer [M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2001. (in Chinese)
- [10] 孔祥谦.有限单元法在传热学中的应用[M].北京:科学出版社,1998.
KONG Xiangqian. Finite element method application in heat transfer[M]. Beijing: Science Press, 1998. (in Chinese)
- [11] 方丁酉,夏智勋,姜春林.C/C喉衬稳态烧蚀的工程计算[J].固体火箭技术,2000,23(2):24-27.
FANG Dingyou, XIA Zhixun, JIANG Chunlin. Engineering calculation of C/C throat insert ablation[J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2000, 23(2): 24-27. (in Chinese)